

ΤΑΞΗ: Β' ΓΕΝΙΚΟΥ ΛΥΚΕΙΟΥ
ΜΑΘΗΜΑ: ΑΛΓΕΒΡΑ / ΓΕΝΙΚΗΣ ΠΑΙΔΕΙΑΣ

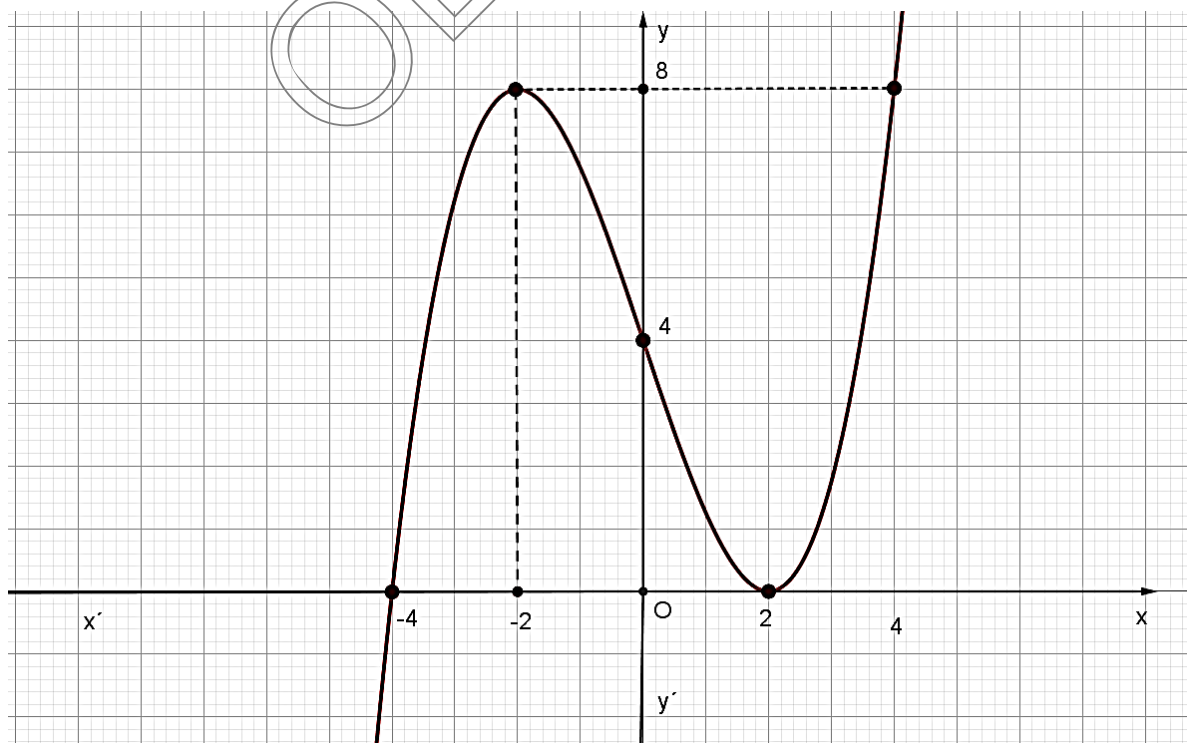
Ημερομηνία: Μ. Τετάρτη 28 Απριλίου 2021
Διάρκεια Εξέτασης: 3 ώρες

ΕΚΦΩΝΗΣΕΙΣ

ΘΕΜΑ Α

A1. Στο παρακάτω σχήμα βρίσκεται η γραφική παράσταση μιας συνάρτησης f η οποία έχει πεδίο ορισμού το σύνολο των πραγματικών αριθμών.

Με βάση το σχήμα να απαντήσετε στα παρακάτω ερωτήματα:



- (α) Να γράψετε τα διαστήματα στα οποία η f είναι γνησίως φθίνουσα και τα διαστήματα στα οποία είναι γνησίως αύξουσα
(β) Να λύσετε την εξίσωση $f(x) = f(-2)$

(γ) Αν $x \in (-4, 4]$ τότε σε ποιες θέσεις η f έχει μέγιστο και σε ποιες έχει ελάχιστο; Να βρείτε τις τιμές της f στις θέσεις αυτές.

Μονάδες 9

A2. Η ανίσωση $\left(\frac{3}{\pi}\right)^x < \left(\frac{3}{\pi}\right)^e$ αληθεύει

(α) Για κάθε $x > e$

(β) Για κάθε $x < e$

(γ) Είναι αδύνατη στο $\mathbb{R}$

Μονάδες 3

Να γράψετε στο τετράδιό σας το γράμμα που αντιστοιχεί στην σωστή απάντηση

A3. Η συνάρτηση f της οποίας η γραφική παράσταση προκύπτει από δύο διαδοχικές μετατοπίσεις της γραφικής παράστασης της συνάρτησης $g(x) = \ln x$, μιας οριζόντιας κατά 2 μονάδες προς τα δεξιά και μιας κατακόρυφης κατά 1 μονάδα προς τα πάνω έχει τύπο:

(α) $f(x) = \ln(x-2)-1$	(β) $f(x) = \ln(x+2)-1$
(γ) $f(x) = \ln(x+2)+1$	(δ) $f(x) = \ln(x-2)+1$

Να γράψετε στο τετράδιό σας το γράμμα που αντιστοιχεί στην σωστή απάντηση

Μονάδες 3

A4. Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν, γράφοντας στο τετράδιο σας δίπλα στο γράμμα που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση τη λέξη ΣΩΣΤΟ, αν η πρόταση είναι σωστή ή ΛΑΘΟΣ, αν η πρόταση είναι λανθασμένη.

(α) Κάθε πολυώνυμο της μορφής $P(x) = \alpha, \alpha \in \mathbb{R}$ είναι μηδενικού βαθμού

- (β) Η συνάρτηση $f(x) = \sin x$ είναι γνησίως αύξουσα στο διάστημα $\Delta = [0, \pi]$
- (γ) Για οποιονδήποτε αριθμό α με $0 < \alpha \neq 1$ ισχύει η ισοδυναμία :
- $$x_1 < x_2 \Leftrightarrow \alpha^{x_1} < \alpha^{x_2}$$
- (δ) Το υπόλοιπο της διαίρεσης ενός πολυωνύμου $P(x)$ με ένα πολυώνυμο της μορφής $x - \rho$ ισούται με την αριθμητική τιμή του πολυωνύμου για $x = \rho$
- (ε) Μια συνάρτηση f με πεδίο ορισμού ένα σύνολο A θα λέμε ότι παρουσιάζει (ολικό) μέγιστο στο $x_0 \in A$ όταν $f(x) \leq f(x_0)$ για κάθε $x \in A$

Μονάδες 10

ΘΕΜΑ Β

Δίνεται το πολυώνυμο $P(x) = x^4 + \alpha x^3 + \beta x^2 - x + 2$, με $\alpha, \beta \in \mathbb{R}$ το οποίο έχει παράγοντα το πολυώνυμο $x + 1$ και το υπόλοιπο της διαίρεσης του με το πολυώνυμο $x - 2$ είναι 12

B1. Να αποδείξετε ότι $\alpha = 1$ και $\beta = -3$

Μονάδες 7

B2. Να λύσετε την εξίσωση $P(x) = 0$

Μονάδες 8

B3. Να λύσετε την ανίσωση $P(x) > 0$

Μονάδες 5

B4. Να βρείτε για ποιες τιμές του $\theta \in [0, 2\pi]$ ισχύει $\eta\mu^4\theta + \eta\mu^3\theta - 3\eta\mu^2\theta - \eta\mu\theta + 2 = 0$

Μονάδες 5

ΘΕΜΑ Γ

Δίνεται η πολυωνυμική συνάρτηση $f(x) = 2x^3 - (10\eta\mu\omega)x^2 - 4x + 4\sigma\upsilon\nu^2\omega$, όπου $x \in \mathbb{R}$ και $\omega \in \left(\frac{\pi}{2}, \pi\right)$ η οποία τέμνει τον άξονα $x'x$ στο σημείο με τετμημένη $x = -1$

Γ1. Να αποδείξετε ότι $\omega = \frac{5\pi}{6}$

Μονάδες 7

Στα επόμενα ερωτήματα θεωρείστε $f(x) = 2x^3 - 5x^2 - 4x + 3$

Γ2. Να βρείτε τα σημεία τομής της γραφικής παράστασης της συνάρτησης f με τους άξονες $x'x$ και $y'y$.

Μονάδες 4

Γ3. Δίνεται η συνάρτηση $g(x) = \frac{f(x)}{2x-1}, x \neq \frac{1}{2}$

(i) Να βρείτε για ποιες τιμές του $x \in \mathbb{R}$ η γραφική παράσταση της g δεν βρίσκεται πάνω από τον άξονα $x'x$

(ii) Να σχεδιάσετε την γραφική παράσταση της συνάρτησης $h(x) = g(x) + 4$

Μονάδες 7(5+2)

Γ4. Να λύσετε την ανίσωση $2(e^{x^2} + 2)^3 - 5(e^{x^2} + 2)^2 > 4e^{x^2} + 5, x \in \mathbb{R}$

Μονάδες 7

ΘΕΜΑ Δ

Δίνεται η συνάρτηση με τύπο $f(x) = \ln(8^x + 3 \cdot 4^x - 4) - \ln(2^x - 1) - 1$

Δ1. Να αποδείξετε ότι το πεδίο ορισμού της είναι το $A = (0, +\infty)$

Μονάδες 7

**ΕΠΑΝΑΛΗΠΤΙΚΑ ΘΕΜΑΤΑ 2021**
Β' ΦΑΣΗ**E_3.Μλ2ΓΑ(ε)**

- Δ2. Να δείξετε ότι $f(x) = 2\ln(2^x + 2) - 1$ και στη συνέχεια να αποδείξετε ότι είναι γνησίως αύξουσα στο Α

Μονάδες 6

- Δ3. Να λυθεί η ανίσωση $f(x) \leq 2\ln \frac{10}{\sqrt{e}}$, $x \in A$

Μονάδες 6

- Δ4. Να λυθεί η εξίσωση $f(x) = \eta\mu^2(1130^\circ) + \eta\mu^2(40^\circ)$

Μονάδες 6